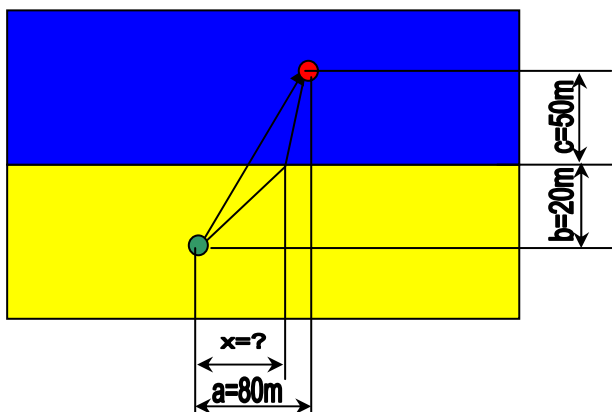
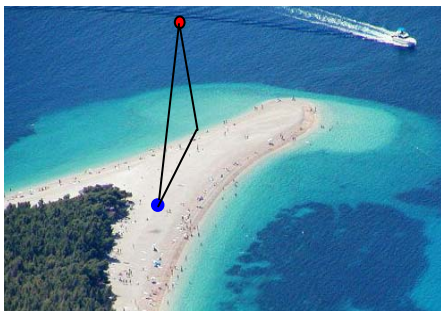




V moři uvidíte topícího se člověka ve vzdálenostech podle obrázku (žlutě pláž, modře moře, červeně -topící se, zeleně vy). Když běžíte po pláži je vaše rychlost $v_1=8$ km/hod a plavete-li v moři je vaše rychlost $v_2=4$ km/h. Určete ve kterém místě x byste měl doběhnout k moři, aby po běhu a plavání jste byl u tonoucího co nejdříve.

Řešení

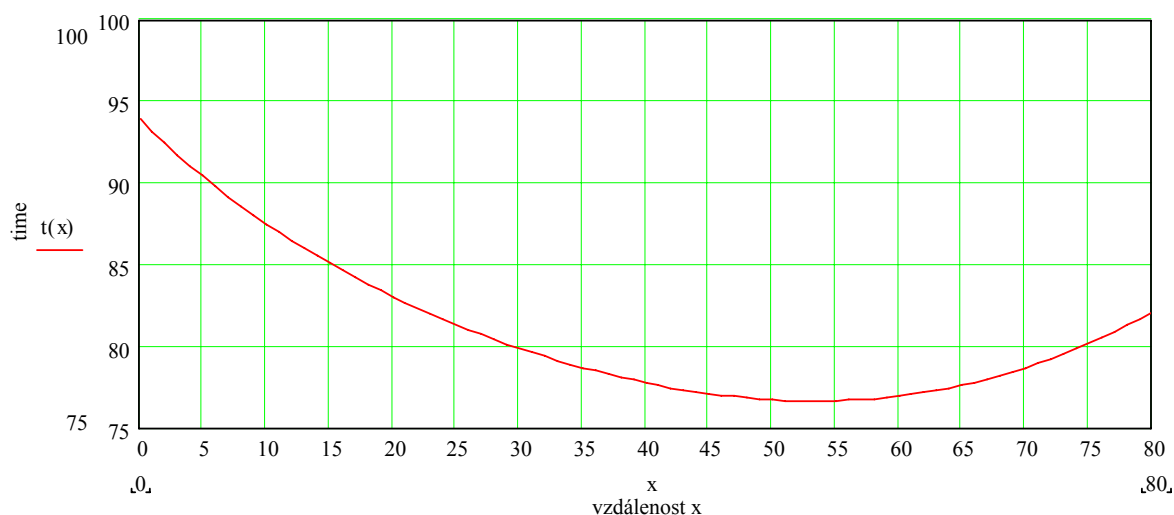
Vyjádříme-si vzdálenosti , které musíte uběhnout a uplavat.

$$s_1 = \sqrt{b^2 + x^2} \quad s_2 = \sqrt{c^2 + (a - x)^2}$$

Celkový čas za který doplavete k tonoucím je

$$T_c = \frac{\sqrt{b^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{c^2 + (a - x)^2}}{v_2}$$

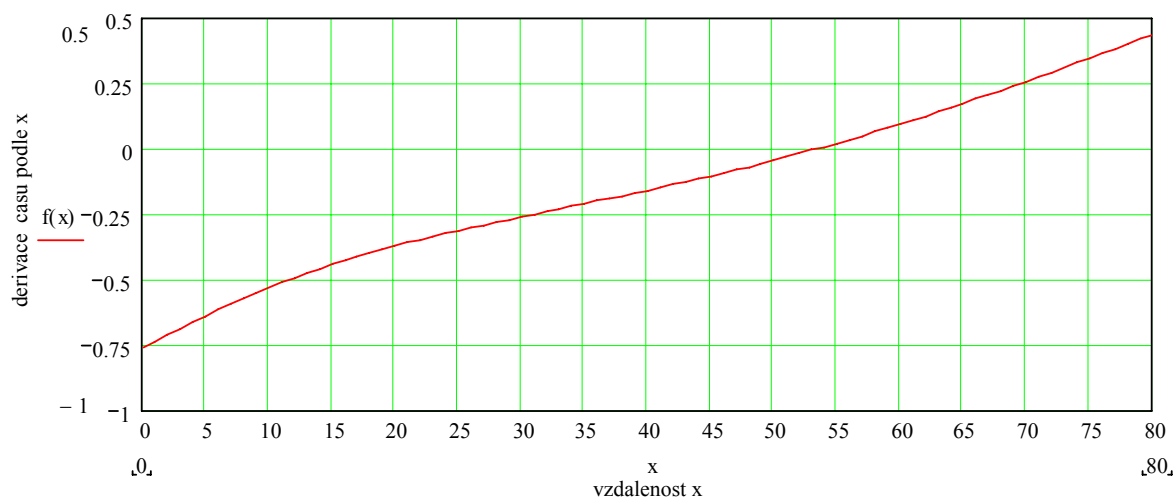
Hledáme takové x pro které je tento čas minimální (lze položit) první derivaci podle x , nebo si vyjádřit graf závislosti času na vzdálenosti x .



Derivace celkového času podle vzdálenosti x má tvar:

$$f'(x) := \frac{1}{(b^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} \cdot x + \frac{1}{2 \cdot [c^2 + (a - x)^2]^{\frac{1}{2}}} \cdot (-2 \cdot a + 2 \cdot x)$$

Její průběh je vidět z obrázku:



Lokálního extrému (minima) nabývá čas tam kde je tato derivace rovna nule (nutná podmínka). Exaktní řešení sice existuje, ale je velmi obtížné. Proto je pro určení x vhodné použít numerické řešení. Např. v programu Mathcad určíme vzdálenost x_E . (lze přibližně odečíst z grafu).

$$\text{root}(f(x), x) = 53.497 \quad \text{Tedy } x_E = 53,497 \text{ m}$$

Pro určení času za , který se na místo dostanete stačí tuto vzdálenost dosadit do vztahu pro celkový čas .

$$T_c = \frac{\sqrt{b^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{c^2 + (a - x)^2}}{v_2}$$

a dostaneme **$T_c = 76.63$ s**

Podrobnějším rozbořem bychom obdrželi tzv. zákon lomu (Schnellův), známý z optiky.

Tento příklad je spíše ukázkou toho, že i pro rovnoměrný pohyb je někdy vhodné použít numerické řešení a důležitá je spíše úvaha.

Odpověď: Nejrychleji se k tonoucímu dostaneme jestliže k moři doběhneme ve vzdálenosti **$x_E = 53,5$ m**