

Při rozjezdu má momentová charakteristika motoru takový průběh, že se automobil rozjíždí se zrychlením úměrným rychlosti podle vztahu:

$$a(t) = a_1 + b \cdot v(t), \text{ kde } a_1 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad b = 0,1 \text{ s}^{-1}.$$

Určete: Jakou dráhu automobil urazí než se rozjede na rychlost $v = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Řešení: Je nutno použít **diferenciální** vztahy (pohyb je nerovnoměrně zrychlený).

$$v = \frac{ds}{dt} \quad a = \frac{dv}{dt} \quad \text{a} \quad a = v \frac{dv}{ds}$$

Máme určit dráhu z rovnice ve které je zrychlení a rychlost (nejjednodušší bude použití posledního vztahu)

Za a se dosadí ze zadaného vztahu. Pro snadnější integraci nejprve upravíme a pak provedeme integraci nezapomeňte dosadit i dolní mez a převést km/h na m/s .

$$a = \frac{v \cdot dv}{ds}$$

$$a_1 + b \cdot v = \frac{v \cdot dv}{ds} \quad ds = \frac{v}{a_1 + b \cdot v} \cdot dv \quad s := \int_{v_0}^{v_k} \frac{v}{a_1 + b \cdot v} dv$$

úprava

$$\frac{v}{a_1 + b \cdot v} \cdot \frac{b}{b} = \frac{1}{b} \cdot \frac{v \cdot b}{a_1 + b \cdot v} = \frac{1}{b} \cdot \frac{v \cdot b + a_1 - a_1}{a_1 + b \cdot v} = \frac{1}{b} \cdot \left[1 - \frac{a_1}{(a_1 + b \cdot v)} \right] = \frac{1}{b} - \frac{a_1}{b \cdot b \cdot (a_1 + b \cdot v)}$$

integrace

$$s := \frac{1}{b} \int_{v_0}^{v_k} 1 dv - \frac{a_1}{b^2} \int_{v_0}^{v_k} \frac{b}{(a_1 + b \cdot v)} dv \quad s := \frac{1}{b} \cdot (v_k - v_0) - \frac{a_1}{b^2} \cdot \ln \left(\frac{v_k \cdot b + a_1}{v_0 \cdot b + a_1} \right)$$

$$s = 45,44 \text{ m}$$

Odpověď: dráha, kterou automobil ujede než dosáhne rychlosti 60 km/h je $45,4 \text{ m}$