

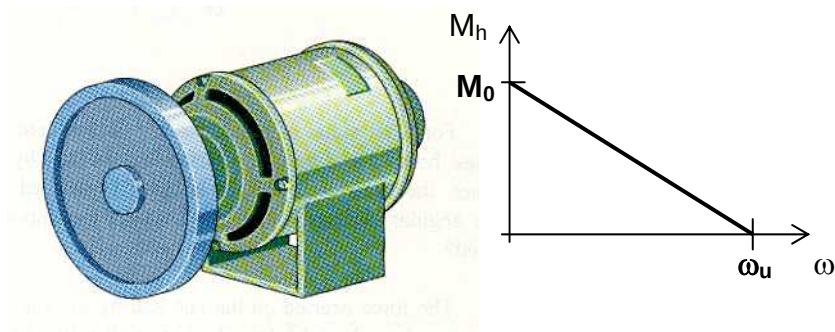
Letmo uložené kolo je poháněno elektromotorem s lineární charakteristikou (viz. graf závislosti hnacího momentu na otáčkách). Počáteční stav kola je klidový. Moment setrvačnosti kola s hřídelem je I . Určete úhlovou rychlost kola ω_1 v čase t_1 a počet otočení N_1 , které kolo za čas t_1 vykoná.

$$M_0 = 200 \text{ Nm}$$

$$I = 10 \text{ kg m}^2$$

$$\omega_u = 600 \text{ s}^{-1}$$

$$t_1 = 10 \text{ s}$$



Řešení:

Nejdříve si ze zadané lineární charakteristiky odvodíme vztah pro závislost hnacího momentu na otáčkách (jde o rovnici přímky):

$$M_H(\omega) = M_0 - \frac{M_0}{\omega_u} \cdot \omega$$

Pohybová rovnice kola je:

$$I \cdot \varepsilon = M_H$$

Po dosazení:

$$I \cdot \varepsilon = M_0 - \frac{M_0}{\omega_u} \cdot \omega$$

Pohyb je nerovnoměrný, proto jej budeme řešit integrací: Do pohybové rovnice dosadíme:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \quad \text{a dostaneme:}$$

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_0 - \frac{M_0}{\omega_u} \cdot \omega$$

Provedeme separaci proměnných a budeme integrovat:

$$\int_0^{\omega} \frac{I}{M_0 - \frac{M_0}{\omega_u} \cdot \omega} \cdot d\omega = \int_0^t dt$$

Získáme vztah pro závislost úhlové rychlosti na čase:

$$\omega(t) = \omega_u \cdot \left(1 - e^{-\frac{M_0}{I \cdot \omega_u} \cdot t} \right)$$

$$\omega_1 = \omega(t_1) = 170,1 \text{ s}^{-1}$$

Abychom zjistili, kolikrát se kolo za čas t_1 otočí, je třeba zjistit ještě závislost úhlové dráhy na čase. Tu získáme tak, že ještě jednou budeme integrovat. Do získané závislosti úhlové rychlosti na čase dosadíme:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{a dostaneme:}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_u \cdot \left(1 - e^{-\frac{M_0}{I \cdot \omega_u} t} \right)$$

$$\int_0^{\varphi} d\varphi = \int_0^t \omega_u \cdot \left(1 - e^{-\frac{M_0}{I \cdot \omega_u} t} \right) \cdot dt \quad \text{Odtud:}$$

$$\varphi(t) = \omega_u t + \frac{I \cdot \omega_u^2}{M_0} \cdot e^{-\frac{M_0}{I \cdot \omega_u} t} - \frac{I \cdot \omega_u^2}{M_0}$$

$$\varphi_1 = \varphi(t_1) = 897,6 \text{ rad}$$

Počet otočení kola získáme tak, že úhlovou dráhu vydělíme 2π :

$$N_1 = \frac{\varphi_1}{2\pi} = 143$$