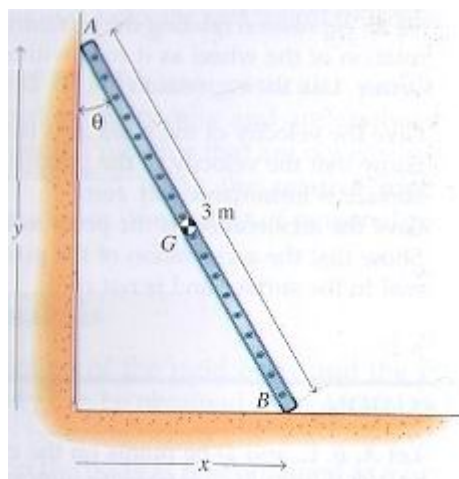


el_dyn1_06a_z

Žebřík o délce 3m klouže po stěně dle obrázku. V určitém čase je spodní okraj žebříku ve vzdálenosti 1,2m od rohu a pohybuje se konstantní rychlostí 0,5 m/s. Pro tento okamžik určete:

- Úhlovou rychlost a úhlové zrychlení žebříku
- Zrychlení a_G těžiště žebříku



Řešení:

Pro řešení dané úlohy zvolíme analytickou metodu. V prvním kroku vyjádříme x-ovou souřadnici bodu B jako funkci úhlu Θ . Je nutno mít na paměti, že úhel Θ bude závislý na čase, bude tedy v každém časovém okamžiku jiný. Platí tedy:

$$x = l \cdot \sin \Theta(t) \quad (1)$$

Rychlost a zrychlení bodu B budou rovny první a druhé derivaci souřadnice x podle času:

$$\dot{x} = l \cdot \dot{\Theta} \cdot \cos \Theta(t) \quad (2)$$

$$\ddot{x} = l \cdot [\ddot{\Theta} \cdot \cos \Theta(t) + \dot{\Theta}^2 \cdot (-\sin \Theta(t))] \quad (3)$$

Platí, že $\dot{\Theta} = \omega$ a $\ddot{\Theta} = \alpha$, dále pak $\dot{x} = v$ a $\ddot{x} = a$.

Můžeme tedy psát:

$$v = l \cdot \omega \cdot \cos \Theta(t) \quad (4)$$

$$a = l \cdot \alpha \cdot \cos \Theta(t) - l \cdot \omega^2 \cdot \sin \Theta(t) \quad (5)$$

Pro daný časový okamžik (pata žebříku vzdálena 1,2m od rohu) bude platit:

$$\sin \Theta = \frac{1,2}{3} = 23,58^\circ$$

Pro daný časový okamžik je tedy z rovnice (4) možno vypočítat:

$$\omega = \frac{v}{l \cdot \cos \Theta} = 0,18 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Z rovnice (5) potom

$$\alpha = \frac{a + l \cdot \omega^2 \cdot \sin \Theta}{l \cdot \cos \Theta} = 0,014 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Při určování zrychlení těžiště žebříku v zadaném časovém okamžiku (když je bod B žebříku vzdálen 1,2m od rohu) můžeme psát:

$$x_G = \frac{x}{2} = \frac{1,2}{2} = 0,6 \text{m}$$

$$\dot{x}_G = \frac{\dot{x}}{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\ddot{x}_G = \frac{\ddot{x}}{2} = \frac{0}{2} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{hodnota je nulová, jelikož se bod B posunuje rovnoměrným pohybem}$$

Obdobně jako na počátku lze psát:

$$y = l \cdot \cos \Theta(t) \quad (6)$$

$$\dot{y} = -l \cdot \omega \cdot \sin \Theta(t) \quad (7)$$

$$\ddot{y} = -l(\alpha \cdot \sin \Theta(t) + \omega^2 \cdot \cos \Theta(t)) \quad (8)$$

Při vyčíslení rovnice (8) pro daný časový okamžik bude platit:

$$\ddot{y} = a = -l(\alpha \cdot \sin \Theta + \omega^2 \cdot \cos \Theta) = -0,106 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Pro zrychlení těžiště bude opět platit:

$$\ddot{y}_G = \frac{\ddot{y}}{2} = \frac{-0,106}{2} = -0,053 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Výsledná hodnota zrychlení těžiště bude rovna:

$$a_G = \sqrt{\ddot{x}_G^2 + \ddot{y}_G^2} = 0,053 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{proti směru osy y.}$$