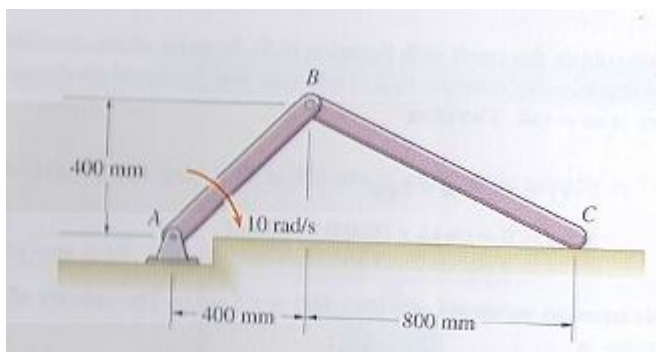


el_dyn1_09a_z

Tyč AB dle obrázku se otáčí po směru hodinových ručiček úhlovou rychlostí 10 rad/s. Určete rychlost bodu C v poloze dané obrázkem.



Řešení:

K řešení dané úlohy zvolíme analytickou metodu. Ta spočívá ve vyjádření polohy bodu C (souřadnice x) v závislosti na úhlu φ a poté ve derivování dané rovnice. Dle známých vztahů poté platí, že derivace dráhy bodu C je rovna rychlosti bodu C. Je nutno mít na paměti, že úhel φ se s časem mění, proto i derivaci je nutno provést s ohledem na tuto skutečnost.

Dle obr. nejdříve vyjádříme délky obou částí mechanismu:

$$L1 = \sqrt{400^2 + 400^2} = 566 \text{ mm}$$

$$L2 = \sqrt{800^2 + 400^2} = 894 \text{ mm}$$

Pro polohu bodu C bude poté platit:

$$x(t) = L1 \cdot \cos \varphi(t) + L2 \cdot \cos \psi(t)$$

Dále je nutno vyjádřit závislost úhlu $\psi(t)$ na $\varphi(t)$:

$$\text{Platí: } L1 \cdot \sin \varphi(t) = L2 \cdot \sin \psi(t) \Rightarrow \psi(t) = \arcsin \frac{L1 \cdot \sin \varphi(t)}{L2}$$

$$\text{Můžeme tedy psát: } x(t) = L1 \cdot \cos \varphi(t) + L2 \cdot \cos \psi(t) = L1 \cdot \cos \varphi(t) + L2 \cdot \cos \left(\arcsin \frac{L1 \cdot \sin \varphi(t)}{L2} \right)$$

Derivováním podle času této rovnice získáme hledaný vztah pro hodnotu rychlosti v závislosti na čase:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -L1 \cdot \sin \varphi(t) \cdot \dot{\varphi}(t) - \frac{1}{L2 \cdot \sqrt{1 - L1^2 \cdot \frac{\sin(\varphi(t))^2}{L2^2}}} \cdot L1^2 \cdot \sin(\varphi(t)) \cdot \cos(\varphi(t)) \dot{\varphi}(t)$$

Časová derivace $\dot{\varphi}(t)$ je rovna úhlové rychlosti $\omega(t)$ ramena AB.

Výsledný vztah pro rychlost bodu C v závislosti na čase tedy je:

$$v_C = -L1 \cdot \sin \varphi(t) \cdot \omega(t) - \frac{1}{L2 \cdot \sqrt{1 - L1^2 \cdot \frac{\sin(\varphi(t))^2}{L2^2}}} \cdot L1^2 \cdot \sin(\varphi(t)) \cdot \cos(\varphi(t)) \omega$$

Chceme – li nyní vypočítat hodnotu rychlosti bodu C v časovém okamžiku dle obrázku, je nutno ještě dopočítat hodnotu úhlu φ z rozměrů uvedených v zadání. Pro daný časový okamžik platí, že $\varphi = 45^\circ$. Po dosazení získáme hodnotu rychlosti $v_C = 6 \frac{m}{s}$. Pro úplnost je nutno ještě poznamenat, že hodnotu úhlové rychlosti ω je nutno dosazovat jako zápornou, jelikož v průběhu pohybu dochází ke zmenšování úhlu φ .