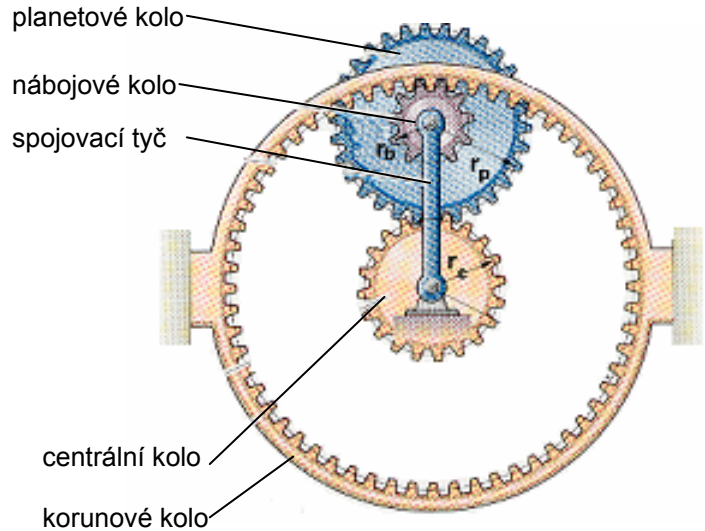


Planetová převodovka je tvořena nehybným korunovým kolem, centrálním kolem o poloměru r_c a momentu setrvačnosti I_c , planetovým kolem o poloměru r_p , které je pevně spojeno s nábojovým kolem o poloměru r_b - jejich celková hmotnost je m_p a celkový moment setrvačnosti I_p . Spojovací tenká tyč má hmotnost m_t . Na centrální kolo působí konstantní hnací moment M proti směru hodinových ručiček. Určete:

1. Úhlové zrychlení centrálního kola ϵ_c a zrychlení středu planetového kola a_p .
2. Za jaký čas t_r dosáhne planetové kolo úhlové rychlosti ω_{pr} , je-li počáteční stav klidový.

Pozn.: Korunové kolo leží ve vodorovné rovině.

$$\begin{aligned} I_p &= 7 \text{ kg m}^2 & I_c &= 3 \text{ kg m}^2 \\ m_p &= 130 \text{ kg} & m_t &= 5 \text{ kg} \\ r_p &= 0,35 \text{ m} & r_c &= 0,22 \text{ m} \\ r_b &= 0,15 \text{ m} & M &= 100 \text{ Nm} \\ \omega_{pr} &= 300 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$



Řešení:

Nejdříve je nutno vyšetřit mechanismus převodovky z kinematického hlediska – určit převodové poměry mezi jednotlivými koly. Vyjádříme si rychlosti spojovací tyče ω_t a planetového kola ω_p a v_p pomocí rychlosti centrálního kola ω_c . Nábojové kolo je pevně spojeno s planetovým, takže jeho rychlost je stejná jako rychlost planetového kola. Obě tato kola konají obecný rovinný pohyb, takže potřebujeme znát jak rychlost jejich středu v_p , tak úhlovou rychlost jejich rotace ω_p .

Pro bod záběru centrálního a planetového kola platí rovnost obvodových rychlostí:

$$\omega_c r_c = \omega_p \cdot (r_p + r_b)$$

Odtud:

$$\omega_p = \frac{r_c}{r_p + r_b} \cdot \omega_c$$

Pro střed planetového kola platí:

$$\omega_p r_b = \omega_t \cdot (r_p + r_c) \quad a$$

$$v_p = \omega_p r_b$$

Odtud:

$$\omega_t = \frac{r_b}{r_p + r_c} \cdot \omega_p = \frac{r_b \cdot r_c}{(r_p + r_c) \cdot (r_p + r_b)} \cdot \omega_c \quad a$$

$$v_p = \frac{r_b \cdot r_c}{r_p + r_b} \cdot \omega_c$$

Dynamiku úlohy budeme řešit použitím metody redukce. Redukci provedeme na centrální kolo. Pohybová rovnice členu redukce je:

$$I_{\text{red}} \cdot \varepsilon_c = M_{\text{red}}$$

Podmínka rovnosti kinetických energií redukované a původní soustavy:

$$\frac{1}{2} \cdot I_{\text{red}} \cdot \omega_c^2 = \frac{1}{2} \cdot I_c \cdot \omega_c^2 + \frac{1}{2} \cdot I_t \cdot \omega_t^2 + \frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega_p^2 + \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v_p^2$$

Po dosazení z převodových poměrů a za moment setrvačnosti spojovací tyče:

$$I_t = \frac{1}{3} \cdot m_t \cdot (r_p + r_c)^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_{\text{red}} \cdot \omega_c^2 = \frac{1}{2} \cdot I_c \cdot \omega_c^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot m_t \cdot \left(\frac{r_b \cdot r_c}{r_p + r_b} \right)^2 \cdot \omega_c^2 + \frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \left(\frac{r_c}{r_p + r_b} \right)^2 \cdot \omega_c^2 + \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot \left(\frac{r_b \cdot r_c}{r_p + r_b} \right)^2 \cdot \omega_c^2$$

Odtud:

$$I_{\text{red}} = I_c + \frac{1}{3} \cdot m_t \cdot \left(\frac{r_b \cdot r_c}{r_p + r_b} \right)^2 + I_p \cdot \left(\frac{r_c}{r_p + r_b} \right)^2 + m_p \cdot \left(\frac{r_b \cdot r_c}{r_p + r_b} \right)^2 = 4,929 \text{ kg m}^2$$

Podmínka rovnosti výkonů redukované a původní soustavy:

$$M_{\text{red}} \cdot \omega_c = M \cdot \omega_c$$

Odtud:

$$M_{\text{red}} = M = 100 \text{ Nm}$$

Z pohybové rovnice dostaneme úhlové zrychlení členu redukce:

$$\varepsilon_c = \frac{I_{\text{red}}}{M_{\text{red}}} = 20,29 \text{ rad/s}^2$$

Úhlové zrychlení planetového kola:

$$\varepsilon_p = \frac{r_c}{r_p + r_b} \cdot \varepsilon_c = 8,927 \text{ rad/s}^2$$

Zrychlení středu planetového kola:

$$a_p = \frac{r_b \cdot r_c}{r_p + r_b} \cdot \varepsilon_c = 1,339 \text{ m/s}^2$$

Čas t_r , za který dosáhne planetové kolo úhlové rychlosti ω_{pr} , určíme ze vztahu pro rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu:

$$\omega_{pr} = \varepsilon_p \cdot t_r$$

Odtud

$$t_r = \frac{\omega_{pr}}{\varepsilon_p} = 33,60 \text{ s}$$