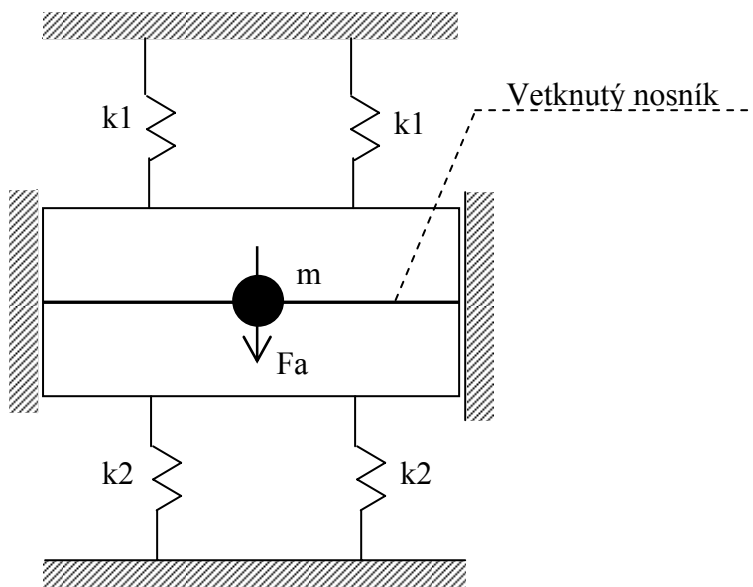


V rámu je vetknut nosník o délce l s momentem setrvačnosti J , v jehož těžišti je soustředěna hmota m . Rám je svisle veden v kolejnicích a na své horní a dolní části uchycen vždy dvěma pružinami o tuhostech k_1 a k_2 dle obrázku. V těžišti na nosník působí harmonická budicí síla s amplitudou F_a a frekvencí f . Logaritmický dekrement je ν . Určete výchylku po ustálení vynuceného kmitání a sílu přenesenou do základů.

Dáno:

$$\begin{aligned} m &= 35 \text{ kg} \\ l &= 2,3 \text{ m} \\ F_a &= 1200 \text{ N} \\ k_1 &= 7800 \text{ N.m}^{-1} \\ k_2 &= 5600 \text{ N.m}^{-1} \\ E &= 210000 \text{ MPa} \\ f &= 6 \text{ Hz} \\ J &= 86000 \text{ mm}^4 \\ \nu &= 1,3 \end{aligned}$$



Návod:

Tuhost nosníku určete dle vztahu odvozeného z Castiglianovy věty: $k = \frac{192EJ}{l^3}$

Řešení:

Dle výše uvedeného vztahu určíme tuhost zadaného nosníku:

$$k_n = \frac{192EJ}{l^3} = \frac{192 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 8,63 \cdot 10^{-8}}{2,3^3} = 285988 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Dále je nutno určit výslednou tuhost pružin. Jelikož při vychýlení soustavy vykazují všechny pružiny stejnou deformaci, jsou spojeny paralelně a výsledná tuhost je rovna prostému součtu tuhostí jednotlivých pružin:

$$k_p = 2 \cdot (k_1 + k_2) = 2 \cdot (7800 + 5600) = 26800 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Nosník a pružiny nevykazují při vychýlení stejnou deformaci a tedy celková tuhost soustavy nosníku a pružin lze určit ze vztahu:

$$k_c = \frac{k_n \cdot k_p}{k_n + k_p} = \frac{285988 \cdot 26800}{285988 + 26800} = 24503 \frac{N}{m}$$

Vlastní kruhovou frekvenci netlumeného kmitání určíme ze vztahu:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k_c}{m}} = \sqrt{\frac{24503}{35}} = 26,5 Hz$$

Kruhová frekvence budicí síly:

$$\omega = 2\pi f_B = 2\pi \cdot 6 = 37,7 Hz$$

Konstanta doznívání:

$$\delta = \Omega_0 \cdot \frac{\nu}{\sqrt{\nu^2 + 4\pi^2}} = 26,5 \cdot \frac{1,3}{\sqrt{1,3^2 + 4\pi^2}} = 5,37 Hz$$

Nyní již lze vypočítat výchylku po ustálení vlastního kmitání dle vztahu:

$$y = \frac{F_A}{m} \frac{1}{\sqrt{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\delta)^2}} = 0,041 m$$

Maximální sílu přenesenou do základů lze určit dle vztahu

$$F = k_c \cdot y = 1005 N$$